

ANALISIS PERILAKU DINAMIK SISTEM POROS-ROTOR 3D

Oleh:

Asmara Yanto^{1*} dan Rachmat Hidayat^{2*}

¹Dosen Jurusan Teknik Mesin–Fakultas Teknologi Industri–ITP

²Mahasiswa Jurusan Teknik Mesin–Fakultas Teknologi Industri–ITP

Jl. Gajah Mada Kandis Nanggalo Padang, 25143, Indonesia

Email: asmarayanto@gmail.com

Abstract

In the system of rotating shaft-rotor, vibration problems often occur. Therefore, in order vibration spectrum analysis can be performed with good and safe operating speed limits can be determined properly, then the information on the natural frequency and critical speed of shaft-rotor system must be known well too. Natural frequency of the rotor-shaft system depends on the speed of rotation. In this study we analyzed the dynamic behavior of a shaft-rotor system model by using 3D finite element method and direct method. The analysis was performed to obtain the critical rotation rates and visualizing mode shapes of the shaft-rotor system model 3D. Here, shaft-rotor system model consists of a 3D multi-storey shaft which is divided into 48 elements, two rivet shaft bearings, two disks, each of which is divided into 12 elements. Shaft speed in RPM varied from 0 to 24000 RPM with 100 RPM intervals. For each rotation axis arranged mass matrix, damping matrix, and stiffness matrix systems using the finite element method. The price of natural frequency and mode shape vector price is determined by using the direct method. From the analysis that has been done, the natural frequency obtained 96 forward and 96 backward natural frequency. For 2 pieces of personal frequencies forward and 2 backward the first natural frequency obtained 7 pieces of critical shaft rotation rates. From the visualization mode shape for the first 4 rounds of the critical mode shape obtained at the first natural frequency is equal to the forward mode shape at the first natural frequency and the backward mode shape at the second natural frequency is equal to the forward mode shape at the second natural frequency backward. From the visualization mode shape for 3 rounds last critical mode shape obtained in 2 pieces forward of the first natural frequency and mode shape on the same 2 pieces of the first natural frequency equal backward.

Keywords: 3D rotor-shaft system, the finite element method, direct method, natural frequency, mode shape

PENDAHULUAN

Mesin-mesin rotasi memiliki beberapa elemen rotasi seperti, poros, rotor, bantalan dankopling. Pada kondisi berputar, masing-masing elemen ini membangkitkan sinyal getaran, karena sistem poros-rotor mengalami berbagai jenis beban dinamik yang bekerja pada arah radial, aksial, torsi dan momen pada arah angular. Beban dinamik yang bekerja pada sistem poros-rotor akan menghasilkan getaran dalam bentuk getaran aksial, radial dan torsional yang kemudian ditransmisikan ke struktur pendukung melalui bantalan. Untuk dapat menganalisis spektrum getaran dan menentukan batas operasi yang aman pada mesin-mesin rotasi, maka informasi tentang karakteristik dinamik sistem poros-rotor perlu diketahui dengan baik.

Salah satu karakteristik dinamik yang sangat penting diketahui adalah frekuensi pribadi. Frekuensi pribadi yang bersesuaian dengan kecepatan putar dinamakan kecepatan kritis. Jika sistem poros-rotor diputar mendekati atau tepat pada kecepatan kritisnya, maka sistem poros-rotor akan bergetar dengan amplitudo yang besar. Oleh karena itu, pengoperasian sistem poros-rotor harus jauh dari kecepatan kritis.

Sistem poros-rotor memiliki sejumlah kecepatan kritis. Agar rentang kecepatan putar operasi yang aman bagi sistem dapat ditentukan, maka nilai-nilai kecepatan kritis tersebut harus diketahui terlebih dahulu. Dalam praktek, empat nilai kecepatan kritis terendah sangat penting diteliti untuk menentukan batas rentang kecepatan putar operasi (Vance(1988)). Oleh karena itu, pemodelan sistem poros-rotor untuk menentukan

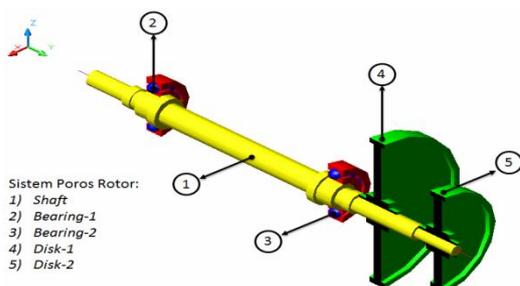
kecepatan kritis sangat penting dilakukan ketika proses perancangan, sehingga dapat diprediksi rentang kecepatan putar operasi yang aman.

Dewasa ini, pemodelan sistem poros-rotor telah dikembangkan oleh beberapa peneliti, diantaranya, (Adams (1980)) telah menggunakan formulasi Jeffcot rotor dalam pemodelan sistem poros-rotor, sedangkan (Nelson (1980)) menggunakan metoda elemen hingga, sementara (Dokainish (1972)) menggabungkan metoda elemen hingga dan metoda matrik transfer (Pestel dkk (1963)) untuk mereduksi ukuran matrik global. (Huang dkk(2001)) kemudian menggabungkan metoda elemen hingga, metoda matrik transfer, metoda integrasi numerik deret waktu dan metoda Hubolt dalam memodelkan sistem poros-rotor untuk mendapatkan waktu komputasi numerik yang lebih cepat. (Lalanne dkk (1990)) telah menggabungkan metode elemen hingga, *pseudomodal* dan metode *direct* dalam pemodelan sistem poros-rotor.

Dari seluruh penjabaran sebelumnya, maka penulis dalam laporan TA ini tertarik akan melakukan analisis perilaku dinamik sistem poros rotor 3D dengan bantuan software Matlab R2011a. Analisis ini digunakan untuk menentukan putaran kritis dan mendapatkan pola getar dari sistem poros rotor 3D. Dalam laporan ini metode analisis yang akan digunakan adalah metode elemen hingga untuk mendapatkan frekuensi pribadi putaran kritis dan memvisualisasikan pola getar yang timbul dari model sistem poros rotor.

METODE PENELITIAN

Dalam analisa numerik, model yang digunakan adalah model elemen hingga dari sistem poros rotor tersebut. Oleh karena itu, sistem poros rotor akan dibagi menjadi beberapa elemen yang sama besar seperti pada gambar berikut ini :



Gambar 1. Pembagian Elemen Sistem Poros-Rotor

Disk memiliki 4 derajat kebebasan yaitu dua translasi masing-masing u dan w serta dua rotasi terhadap sumbu x dan z masing-masing adalah θ dan ψ maka perpindahan nodal untuk pusat disk δ dapat dinyatakan

$$\delta = (u, w, \psi, \theta)^t \quad \dots 1$$

Penerapan persamaan *Lagrange* menghasilkan

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{D_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{D_z} \end{bmatrix} \dots 2$$

dimana matriks pertama adalah matriks massa klasikal (M_s) sedangkan yang kedua adalah matriks redaman girokopik (C).

Poros dimodelkan sebagai *beam* dengan luas penampang konstan. Elemen hingga yang digunakan memiliki dua nodal dimana masing-masing melibatkan empat perpindahan dua arah translasi dan dua *slope* sehingga matriks mempunyai ordo delapan. Energi kinetik poros dinyatakan dengan,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\delta}_1^t M_1 \dot{\delta}_1 + \frac{1}{2} \dot{\delta}_2^t M_2 \dot{\delta}_2 + \frac{1}{2} \dot{\delta}_3^t M_3 \dot{\delta}_3 + \frac{1}{2} \dot{\delta}_4^t M_4 \dots 3$$

di mana matriks-matriks M_1 dan M_2 adalah matriks klasikal, M_3 dan M_4 adalah matriks pengaruh rotator inersia sedangkan M_5 adalah matriks akibat efek girokopis. Penerapan persamaan *Lagrange* menghasilkan,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = (M + M_s) \ddot{\delta} + C \dot{\delta} \quad \dots 4$$

Dimana M_c adalah massa klasikal dan M_s adalah massa inersia harga-harga dari M_c dan M_s , dan C disusun secara berturut-turut dalam bentuk

$$M_1 = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22 & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & -22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad \dots 5$$

$$K_F = \frac{F}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad \dots 11$$

$$M_2 = \frac{\rho L}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -3L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad \dots 6$$

$$\alpha = \frac{12EI}{GS_2L^2} \quad \dots 12$$

Dengan modulus geser sebesar :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \dots 13$$

$$C = \frac{\rho L \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L^2 & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & -36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & 3L \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots 7$$

dimana ν adalah *Poisson's ratio* dan $St =$ Sadalah reduksi luas penampang poros. Matriks kekakuan klasikal K_C diperoleh dari K_1, K_2 dan K_s , sedangkan matriks K_F karena gaya aksial diperoleh dari K_3 dan K_4 . setelah persamaan *Lagrange* diterapkan maka didapatkan :

Energi regangan pada poros dapat diekspresikan dalam bentuk

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\delta_u^2 \frac{d^2 N_1^2}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta_u + \delta_w^2 \frac{d^2 N_2^2}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta_w \right) + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left(\delta_u^2 \frac{d^2 N_1^2}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta_u + \delta_w^2 \frac{d^2 N_1^2}{dy^2} \delta_w \right) \quad \dots 8$$

$$\frac{\delta U}{\delta \delta} = K \delta \quad \dots 14$$

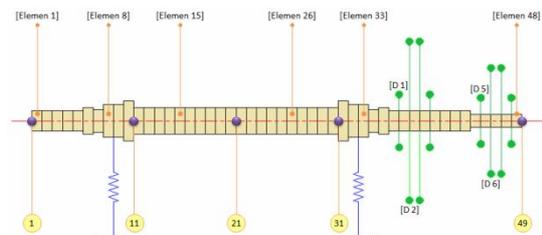
Dengan proses integrasi diperoleh persamaan energi regangan yang lebih sederhana dalam bentuk,

$$U = \frac{1}{2} \delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_2 \delta w \quad \dots 9$$

dimana matriks K_1 dan K_2 adalah matriks kekakuan klasikal kemudian K_3 dan K_4 adalah matriks karena gaya aksial. Dengan $K = K_C + K_F$ yang masing-masing dapat dinyatakan :

Analisis perilaku dinamik suatu model sistem poros-rotor 3D dilakukan dengan menggunakan metode elemen hingga dan metode *direct*. Untuk menggunakan metode elemen hingga, elemen-elemen model sistem poros-rotor terlebih dahulu harus didefinisikan. Pada Gambar 2 elemen dari poros berjumlah 48 buah elemen yang memiliki panjang yang sama. Sementara itu untuk jumlah elemen *disk* berjumlah 8 buah elemen di mana panjang dari elemen *disk* juga memiliki panjang yang sama.

$$K_C = \frac{EI}{(1+\alpha)L^2} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+\alpha)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-\alpha)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+\alpha)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-\alpha)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-\alpha)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+\alpha)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-\alpha)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+\alpha)L^2 \end{bmatrix} \quad \dots 10$$



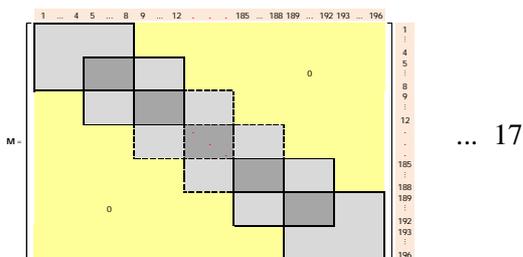
Gambar 2 Elemen-elemen poros.

Matrik $M^{[e]}$ berukuran 8 x 8. Koordinat matrik $M^{[e]}$ bergantung kepada nomor nodal pada elemen poros. Satu elemen poros mempunyai 4 koordinat pada masing-masing nodalnya sebagaimana pada Gambar 2 sehingga matrik $M^{[e]}$ didefinisikan untuk setiap koordinat dengan,

$$M^{[e]} = \begin{matrix} & \begin{matrix} u & w & \theta & \psi & u & w & \theta & \psi \end{matrix} \\ \text{indeks lokal} \Rightarrow & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \text{indeks global} \Rightarrow & \begin{matrix} 4i-3 & 4i-2 & 4i-1 & 4i & 4i-3 & 4i-2 & 4i-1 & 4i \end{matrix} \\ \begin{matrix} M_{1,1} & M_{1,2} & M_{1,3} & M_{1,4} & M_{1,5} & M_{1,6} & M_{1,7} & M_{1,8} \\ M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} & M_{2,4} & M_{2,5} & M_{2,6} & M_{2,7} & M_{2,8} \\ M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} & M_{3,4} & M_{3,5} & M_{3,6} & M_{3,7} & M_{3,8} \\ M_{4,1} & M_{4,2} & M_{4,3} & M_{4,4} & M_{4,5} & M_{4,6} & M_{4,7} & M_{4,8} \\ M_{5,1} & M_{5,2} & M_{5,3} & M_{5,4} & M_{5,5} & M_{5,6} & M_{5,7} & M_{5,8} \\ M_{6,1} & M_{6,2} & M_{6,3} & M_{6,4} & M_{6,5} & M_{6,6} & M_{6,7} & M_{6,8} \\ M_{7,1} & M_{7,2} & M_{7,3} & M_{7,4} & M_{7,5} & M_{7,6} & M_{7,7} & M_{7,8} \\ M_{8,1} & M_{8,2} & M_{8,3} & M_{8,4} & M_{8,5} & M_{8,6} & M_{8,7} & M_{8,8} \end{matrix} & \begin{matrix} 4i-3 & 1 & u \\ 4i-2 & 2 & w \\ 4i-1 & 3 & \theta \\ 4i & 4 & \psi \\ 4i-3 & 5 & u \\ 4i-2 & 6 & w \\ 4i-1 & 7 & \theta \\ 4i & 8 & \psi \end{matrix} \end{matrix} \quad \dots 15$$

$$M^{[D]} = \begin{matrix} & \begin{matrix} u_i & w_i & \theta_i & \psi_i \end{matrix} \\ \text{indeks lokal} \Rightarrow & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \text{indeks global} \Rightarrow & \begin{matrix} 4i-3 & 4i-2 & 4i-1 & 4i \end{matrix} \\ \begin{matrix} M_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{2,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{4,4} \end{matrix} & \begin{matrix} 4i-3 & 1 & u_i \\ 4i-2 & 2 & w_i \\ 4i-1 & 3 & \theta_i \\ 4i & 4 & \psi_i \end{matrix} \end{matrix} \quad \dots 16$$

Penempatan matrik M pada koordinat global menghasilkan matrik ukuran 196 X 196 seperti pada persamaan (16), hal ini juga dilakukan untuk matrik C dan matrik K.



Untuk matrik C dan matrik K pada poros juga dilakukan dengan cara yang sama dengan Persamaan (16) dan untuk matrik C pada disk juga dapat menggunakan Persamaan (16).

Metode Direct adalah metode yang digunakan untuk menghitung frekuensi pribadi dan mendapatkan diagram Campbell. Persamaan dasar dari metode ini adalah sebagai berikut ini :

$$\delta = \Delta r^2 \quad \dots 18$$

Setelah itu persamaan (18) disubstitusikan ke persamaan dasar getaran sehingga didapatkan persamaan seperti berikut:

$$M\delta^n + C\delta^n + K\delta = 0 \quad \dots 19$$

Karena $C = c\Omega$ maka Persamaan (19) dapat disederhanakan menjadi persamaan baru seperti berikut ini :

$$(r^2M + rC + K)\Delta = 0 \quad \dots 20$$

Dengan menggunakan identitas $M\Delta = \Delta M$ dan disubstitusikan ke Persamaan (20) maka akan menjadi persamaan berikut ini :

$$\begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r\Delta \\ r \end{Bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & -K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r\Delta \\ r \end{Bmatrix} \quad \dots 21$$

Persamaan (21) dapat disederhanakan menjadi persamaan berikut :

$$AX = \lambda BX \quad \dots 22$$

di mana :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix} \quad \dots 23$$

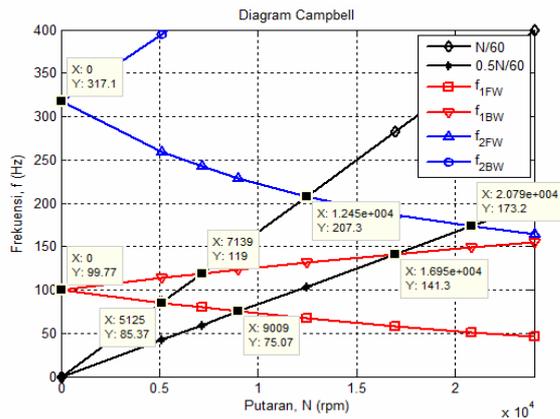
$$B = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & -K \end{bmatrix} \quad \dots 24$$

$$\lambda = \frac{1}{r} \quad \dots 25$$

$$X = \begin{bmatrix} r\Delta \\ r \end{bmatrix} \quad \dots 26$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari model sistem poros rotor diperoleh matrik massa (M), matrik redaman (C) dan matrik kekakuan (K) sistem dengan ukuran 196 x 196. Dengan metode direct didapatkan 4 buah koordinat yang bernilai 0, maka matrik massa ekuivalen (M_r), matrik redaman ekuivalen (C_r), dan matrik kekakuan ekuivalen (K_r) sistem berukuran 192 x 192. Variasi putaran poros (N_{Cr}) adalah sebanyak 241 macam. Sehingga diperoleh 192 frekuensi pribadi untuk setiap variasi putaran. Frekuensi pribadi sistem ini digambarkan dengan diagram Campbell seperti pada Gambar 3.



Gambar 3 Diagram *Campbell*

Dari analisis diperoleh 96 frekuensi pribadi *forward* dan 96 frekuensi pribadi *backward*. *Forward* adalah putaran yang terjadi dari kecepatan rendah ke kecepatan tinggi. Sementara itu *backward* adalah kebalikan dari *forward*, putaran terjadi dari kecepatan tinggi ke kecepatan rendah. Dari diagram *Campbell* pada Gambar 3 diperoleh 6 buah putaran kritis sistem dalam range frekuensi 0 Hz sampai 400 Hz dan putaran 0 RPM sampai 24000 RPM. Disajikan pada tabel 1.

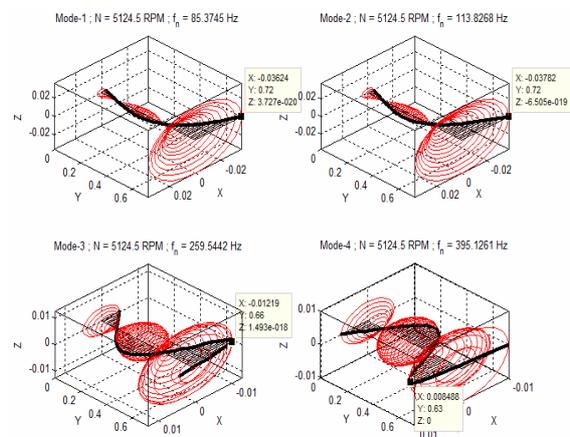
Tabel 1 Data Putaran Kritis Sistem Poros-Rotor.

No	Putaran Kritis, N_{cr} , <RPM>	Frekuensi f, <Hz>
1	5124.5	85.37
2	7139	119.03
3	9009	75.07
4	12449	207.27
5	16947	141.26
6	20793	173.21

Putaran kritis 5124.5 RPM didapatkan dari perpotongan antara garis putaran *forward* pertama dengan garis putaran harmonik N/60. Sedangkan untuk putaran kritis 7139 RPM didapatkan dari perpotongan antara garis putaran *backward* yang pertama dengan garis putaran harmonik N/60. Untuk putaran kritis 9009 RPM didapatkan dari perpotongan antara garis putaran *forward* pertama dengan garis putaran harmonik 0.5N/60. Sedangkan untuk putaran kritis 12449 RPM didapatkan dari

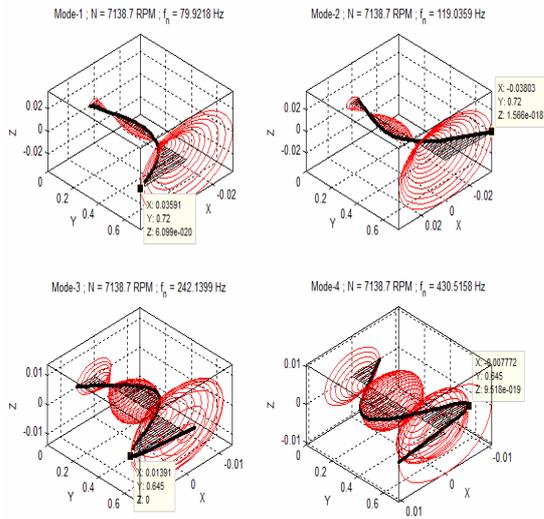
perpotongan antara garis putaran *forward* kedua dengan garis putaran harmonik N/60. Sementara itu untuk putaran kritis 16947 RPM didapatkan dari garis perpotongan antara putaran garis *backward* yang pertama dengan garis putaran harmonik 0.5N/60, dan untuk putaran kritis 20793 RPM didapatkan dari perpotongan antara garis putaran *forward* kedua dengan garis putaran harmonik 0.5N/60. Setelah melakukan analisis putaran kritis, selanjutnya dapat dilakukan analisis mode shape. *Mode shape* bertujuan untuk menampilkan pola getaran dari sistem poros rotordan menunjukkan arah dari defleksi tertinggi dari sistem tersebut pada saat berputar. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 4 sampai Gambar 9.

Pada Gambar 4 *mode shape* 1 dan *mode shape* 2 dengan frekuensi pribadi 85.37 Hz untuk *mode shape* 1 dan 113.82 Hz untuk *mode shape* 2, menggambarkan bentuk defleksi dari sumbu poros dengan jarak sejauh X dan titik tertinggi defleksi dari sumbu poros berada pada 0.72 dari sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 1 dan 2 adalah pada jenis putaran yang terjadi. *Mode shape* 1 berada pada putaran *forward* 1 sedangkan *mode shape* 2 berada pada putaran *backward* 1. Untuk *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 pada frekuensi pribadi 259.54 Hz untuk *mode shape* 3 dan frekuensi pribadi untuk *mode shape* 4 adalah 359.12 Hz. Kedua *mode shape* ini menggambarkan bentuk defleksi yang terjadi pada sumbu poros yang sama yaitu sejauh X dengan titik terjauh dari defleksi yang digambarkan pada *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 berada pada jarak 0.66 dan 0.62 pada sumbu Y.



Gambar 4 *Mode shape* pada putaran kritis (N_{cr}) 5124.5 RPM.

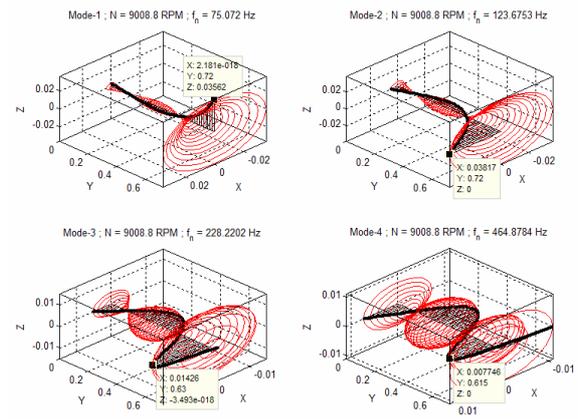
Perbedaan antara *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 adalah jenis putaran yang terjadi. Pada *mode shape* 3 berada pada putaran *forward* 2 dan sementara itu *mode shape* 4 berada pada putaran *backward* 2.



Gambar 5 *Mode shape* pada putaran kritis (N_{Cr}) 7138 RPM

Untuk Gambar 5 *mode shape* 1 dan *mode shape* 2 dengan frekuensi pribadi 79.92 Hz untuk *mode shape* 1 dan 119.03 Hz untuk *mode shape* 2, menggambarkan bentuk defleksi dari sumbu poros dengan jarak sejauh sumbu X dan titik tertinggi defleksi dari sumbu poros berada pada 0.72 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 1 dan 2 adalah pada jenis putaran yang terjadi. *Mode shape* 1 berada pada putaran *forward* 1 sedangkan *mode shape* 2 berada pada putaran *backward* 1. Untuk *mode shape* 3 dan *mode shape* 4. Frekuensi pribadi 242.13 Hz merupakan frekuensi pribadi dari *mode shape* 3 dan frekuensi pribadi untuk *mode shape* 4 adalah 464.30.51 Hz.

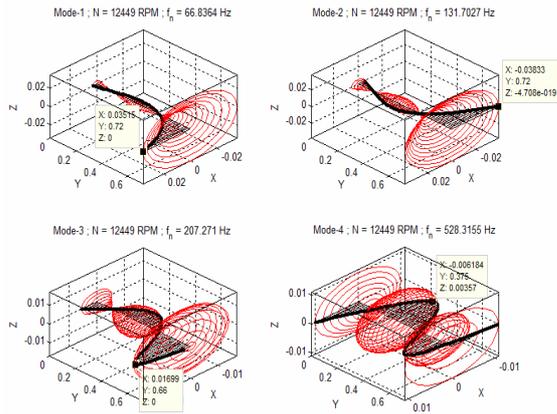
Kedua *mode shape* ini menggambarkan bentuk defleksi yang terjadi pada sumbu poros yang sama yaitu sejauh X dengan titik terjauh defleksi dari sumbu poros yang digambarkan pada *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 berada pada jarak 0.64 pada sumbu Y. Perbedaan antara *modeshape* 3 dan *mode shape* 4 adalah jenis putaran yang terjadi. Pada *mode shape* 3 berada pada putaran *forward* 2 dan sementara itu *modeshape* 4 berada pada putaran *backward* 2.



Gambar 6 *Mode shape* pada putaran kritis (N_{Cr}) 9009 RPM.

Untuk Gambar 6 *mode shape* 1 dan *mode shape* 2 dengan frekuensi pribadi 75.07 Hz untuk *mode shape* 1 dan 123.67 Hz untuk *mode shape* 2, menggambarkan bentuk defleksi dari sumbu poros dengan jarak sejauh sumbu Z dan titik tertinggi defleksi dari sumbu poros berada pada 0.72 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 1 dan 2 adalah pada jenis putaran yang terjadi. *Mode shape* 1 berada pada putaran *forward* 1 sedangkan *mode shape* 2 berada pada putaran *backward* 1. Untuk *modeshape* 3 dan *mode shape* 4.

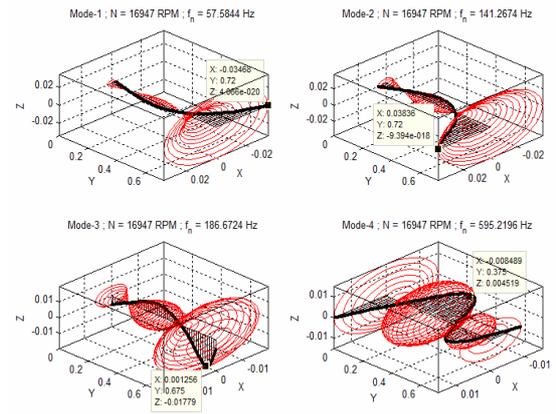
Frekuensi pribadi 228.22 Hz merupakan frekuensi pribadi dari *mode shape* 3 dan frekuensi pribadi untuk *mode shape* 4 adalah 464.67 Hz. Kedua *mode shape* ini menggambarkan bentuk defleksi yang terjadi pada sumbu poros yang sama yaitu sejauh X. Titik terjauh defleksi dari sumbu poros yang digambarkan pada *mode shape* 3 dan *modeshape* 4 berada pada jarak 0.63 untuk *mode shape* 3 dan 0.61 untuk *mode shape* 4 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 adalah jenis putaran yang terjadi. Pada *mode shape* 3 berada pada putaran *forward* 2 dan sementara itu *mode shape* 4 berada pada putaran *backward* 2.



Gambar 7 *Mode shape* pada putaran kritis (N_{Cr}) 12449 RPM.

Untuk Gambar 7 *mode shape* 1 dan *mode shape* 2 dengan frekuensi pribadi 66.83 Hz untuk *mode shape* 1 dan 131.70 Hz untuk *mode shape* 2, menggambarkan bentuk defleksi dari sumbu poros dengan jarak sejauh sumbu X dan titik tertinggi defleksi dari sumbu poros berada pada 0.72 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 1 dan 2 adalah pada jenis putaran yang terjadi. *Mode shape* 1 berada pada putaran *forward* 1 sedangkan *mode shape* 2 berada pada putaran *backward* 1. Untuk *mode shape* 3 dan *mode shape* 4. Frekuensi pribadi 207.27 Hz merupakan frekuensi pribadi dari *mode shape* 3 dan frekuensi pribadi untuk *mode shape* 4 adalah 528.31 Hz. Kedua *mode shape* ini menggambarkan bentuk defleksi yang terjadi pada sumbu poros yang sama yaitu sejauh X.

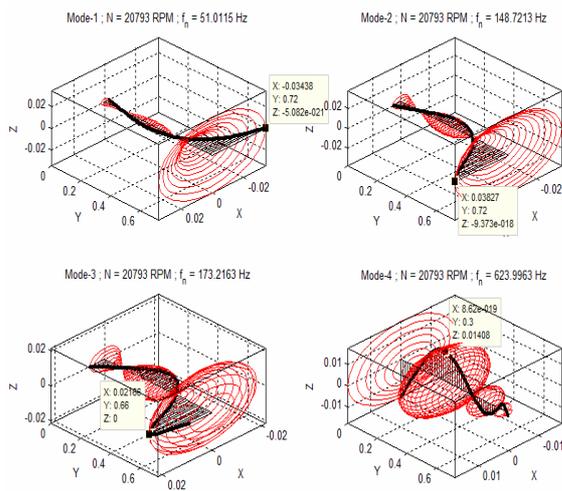
Titik terjauh defleksi dari sumbu poros yang digambarkan pada *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 berada pada jarak 0.66 untuk *mode shape* 3 dan 0.37 untuk *mode shape* 4 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 adalah jenis putaran yang terjadi. Pada *mode shape* 3 berada pada putaran *forward* 2 dan sementara itu *mode shape* 4 berada pada putaran *backward* 2.



Gambar 8 *Mode shape* pada putaran kritis (N_{Cr}) 16947 RPM.

Untuk Gambar 8 *mode shape* 1 dan *mode shape* 2 dengan frekuensi pribadi 57.58 Hz untuk *mode shape* 1 dan 141.26 Hz untuk *mode shape* 2, menggambarkan bentuk defleksi dari sumbu poros dengan jarak sejauh sumbu X dan titik tertinggi defleksi dari sumbu poros berada pada 0.72 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 1 dan 2 adalah pada jenis putaran yang terjadi. *Mode shape* 1 berada pada putaran *forward* 1 sedangkan *mode shape* 2 berada pada putaran *backward* 1. Untuk *mode shape* 3 dan *mode shape* 4. Frekuensi pribadi 186.67 Hz merupakan frekuensi pribadi dari *mode shape* 3 dan frekuensi pribadi untuk *mode shape* 4 adalah 595.21 Hz. Kedua *mode shape* ini menggambarkan bentuk defleksi yang terjadi pada sumbu poros yang sama yaitu sejauh X.

Titik terjauh defleksi dari sumbu poros yang digambarkan pada *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 berada pada jarak 0.67 untuk *mode shape* 3 dan 0.37 untuk *mode shape* 4 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 adalah jenis putaran yang terjadi. Pada *mode shape* 3 berada pada putaran *forward* 2 dan sementara itu *mode shape* 4 berada pada putaran *backward* 2.



Gambar 9 *Mode shape* pada putaran kritis (N_{Cr}) 20793 RPM

Untuk Gambar 9 *mode shape* 1 dan *mode shape* 2 dengan frekuensi pribadi 51.01 Hz untuk *mode shape* 1 dan 148.72 Hz untuk *mode shape* 2, menggambarkan bentuk defleksi dari sumbu poros dengan jarak sejauh sumbu X dan titik tertinggi defleksi dari sumbu poros berada pada 0.72 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 1 dan 2 adalah pada jenis putaran yang terjadi. *Mode shape* 1 berada pada putaran *forward* 1 sedangkan *mode shape* 2 berada pada putaran *backward* 1. Untuk *mode shape* 3 dan *mode shape* 4. Frekuensi pribadi 173.21 Hz merupakan frekuensi pribadi dari *mode shape* 3 dan frekuensi pribadi untuk *mode shape* 4 adalah 623.99 Hz. Kedua *mode shape* ini menggambarkan bentuk defleksi yang terjadi pada sumbu poros yang sama yaitu sejauh X untuk *mode shape* 3 dan sejauh Z untuk *mode shape* 4. Titik terjauh defleksi dari sumbu poros yang digambarkan pada *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 berada pada jarak 0.66 untuk *mode shape* 3 dan 0.3 untuk *mode shape* 4 pada sumbu Y. Perbedaan antara *mode shape* 3 dan *mode shape* 4 adalah jenis putaran yang terjadi. Pada *mode shape* 3 berada pada putaran *forward* 2 dan sementara itu *mode shape* 4 berada pada putaran *backward* 2.

Dari Analisis yang dilakukan untuk menentukan putaran kritis dan memvisualisasikan *Mode Shape* dari sistem poros rotor 3D. Dapat dibahas bahwa sistem poros rotor ini mempunyai 6 titik putaran kritis dengan putaran kritis terendah untuk putaran *forward* terdapat pada 5125 RPM dan putaran

kritis tertinggi untuk *forward* terdapat pada 20793 RPM. Sementara itu untuk putaran kritis terendah pada putaran *backward* terdapat pada 7139 RPM dan untuk putaran kritis tertinggi pada putaran *backward* terdapat pada 16947 RPM.

Untuk itu sistem poros rotor dapat beroperasi dengan aman untuk putaran *forward* pada putaran 0 RPM sampai di bawah 5125 RPM dan di atas 5125 RPM sampai di bawah 9009 RPM dan di atas 9009 RPM sampai di bawah 12449 RPM dan di atas 12449 RPM sampai di bawah 20793 RPM. Sementara untuk putaran *backward* putaran operasi yang aman terletak pada putaran 0 RPM sampai di bawah 7139 RPM dan di atas 7139 RPM sampai di bawah 16947 RPM.

Sementara itu dapat dilihat dari visualisasi *mode shape* untuk 4 putaran kritis pertama diperoleh *mode shape* pada frekuensi pribadi *forward* yang pertama sama dengan *mode shape* pada frekuensi pribadi *backward* yang pertama dan *mode shape* pada frekuensi pribadi *forward* yang kedua sama dengan *mode shape* pada frekuensi pribadi *backward* yang kedua. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 4, Gambar 5, Gambar 6 dan Gambar 7. Dari visualisasi *mode shape* untuk 2 putaran kritis terakhir diperoleh *mode shape* pada 2 buah frekuensi pribadi *forward* yang pertama sama dan *mode shape* pada 2 buah frekuensi pribadi *backward* yang pertama sama. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 8 dan Gambar 9. Titik defleksi yang digambarkan dari seluruh *mode shape* merupakan perbasaran yang dilakukan untuk melihat bentuk defleksi dari sumbu poros pada saat berputar ditunjukkan dengan garis hitam dan pola getaran yang ditimbulkan ditunjukkan dengan garis hitam dari seluruh gambar *mode shape*.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisa yang telah dilakukan dalam laporan ini, dapat disimpulkan bahwa :

- Dengan melakukan analisis dinamik pada sistem poros rotor 3D didapatkan 192 frekuensi pribadi. Frekuensi pribadi terdapat pada 2 macam putaran berbeda yaitu *forward* dan *backward*. Masing-masing dari kedua macam putaran ini

memiliki 96 frekuensi pribadi. Dari semua frekuensi pribadi tersebut terdapat 6 buah putaran kritis. Putaran kritis pada putaran forward yaitu pada 5125 RPM, 9009 RPM, 12450 RPM dan 20790 RPM Sementara itu putaran kritis pada putaran backward yaitu 7139 RPM dan 16960 RPM

- *Mode shape* yang divisualisasikan menunjukkan bentuk getaran yang terjadi apabila sistem poros-rotor diputar pada putaran kritisnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adams, M., *Nonlinear Dynamics of Multibearing Flexible Rotors*, Journal sound and Vibration, Volume 71, No 1, pp. 129-144, 1980.
- [2] Dokainish, M. A., *A New Approach for Plate Vibration: Combination of Transfer Matrix and Finite-Element Technique*, ASME, journal of engineering industry Volume 94, pp. 526-530, 1972.
- [3] Huang, Y. M., and Ching-Ming, W., *Combined Methodology for Analysis of Rotary System*, ASME, Journal of Vibration and Acoustic, 2011.
- [4] Lalanne, M. dan Ferraris G., *Use of the Campbell Diagram In Rotor Dynamics*. Nevada . 1999.
- [5] Lalanne, M., Ferraris G., Maissonneuve, V., *Prediction of the Dynamics Behavior of Non-Symmetric Coaxial Co-or Counter Rotating Rotors*. Jurnal of Sound and Vibration. 1996.
- [6] Lalanne, M., Ferraris G., *Rotordynamics Prediction in Engineering*, John Willey & Sons, 1990.
- [6] Nelson, H. D., *A Finite Rotating Shaft Element Using Timashenko Beam Theory*, ASME, Journal of Mechanical Design Volume 102, pp 793-803, 1980.
- [7] Pestel, E. C., And Leckie, F. A., *Matrix Method in elastomechanic*, McGraw-Hill, New York, 1963.
- [8] Vance, J. M., *Rotorcynamic of Turbomachinery*, John Willey & Sons, 1988.